

Name:	Vorname:	Matrikel-Nr.:
-------	----------	---------------

Klausur zur Vorlesung Statistik II, WS 2009/10 für Bachelor-Studenten

Aufgabe 1**(50 Punkte)**

Die Übernachtungszahlen (in 1000) eines Urlaubsortes in den letzten drei Jahren waren, nach Quartalen aufgliedert, wie folgt:

	Q1	Q2	Q3	Q4
2007	240	110	170	95
2008	290	120	170	125
2009	325	150	240	130

Mit Hilfe einer additiven Zerlegung (nichtstationärer Fall) soll eine Prognose für das nächste Jahr durchgeführt werden.

- (a) Ermitteln Sie die glatte Komponente.
- (b) Ermitteln Sie die Saisonkomponente. Falls Sie (a) nicht gelöst haben, rechnen Sie mit folgenden Werten für die glatte Komponente:

	Q1	Q2	Q3	Q4
2007	-	-	169	168
2008	169	173	181	189
2009	201	211	-	-

- (c) Geben Sie die Zufallskomponente (unbestimmte Komponente) für das Jahr 2008 an.
- (d) Prognostizieren Sie die glatte Komponente für das Jahr 2010 durch Fortschreibung der letzten verfügbaren Anstiegsrate.
- (e) Prognostizieren Sie die Übernachtungszahlen für die vier Quartale des Jahres 2010.
- (f) Warum macht man einen Fehler, wenn man die Übernachtungszahlen direkt durch Fortschreibung der letzten verfügbaren Anstiegsrate der anfangs gegebenen Übernachtungszahlen prognostiziert? Welcher Wert wäre mit dieser Methode für das vierte Quartal 2010 zu erwarten?

Name:	Vorname:	Matrikel-Nr.:
-------	----------	---------------

Aufgabe 2**(30 Punkte)**

Für die Fahrt mit dem Zug von A-Stadt nach B-Stadt gibt es zwei Verbindungen: Einerseits einen ICE mit einmal Umsteigen in C-Stadt. Der ICE ist häufig verspätet. Die Verspätung der Ankunft in C-Stadt (in Minuten) kann $(0,30)$ -gleichverteilt angenommen. Die Umsteigezeit in C-Stadt beträgt aber nur 20 min und der Anschlusszug ist stets pünktlich. Verpasst man ihn, gibt es eine Stunde später wieder eine (ebenfalls pünktliche) Verbindung. Alternativ kann man eine Direktverbindung von A nach B wählen, deren planmäßige Ankunftszeit aber 30 min später ist und deren Verspätung $(0,20)$ gleichverteilt ist.

- (a) Zeichnen Sie für jede der beiden Verbindungen die Verteilungsfunktionen der Ankunftszeiten T . Beziehen Sie dabei alles auf die planmäßige Ankunft der ersten Verbindung (Ankunftszeit $T = 0$).
- (b) Ermitteln Sie für beide Verbindungen den Median und den Erwartungswert der Ankunftszeit.
- (c) Welche Verbindung würde man sinnvollerweise wählen, wenn man
- regelmäßig nach B-Stadt fährt und im Mittel möglichst viel Zeit sparen will,
 - spätestens $t_c = 50$ min nach der frühestmöglichen Ankunft am Ziel sein muss?
- Berechnen Sie dazu jeweils die Wahrscheinlichkeiten $P(T \leq 50 \text{ min})$.

- (d) Berechnen Sie für beide Verbindungen jeweils
- die Standardabweichung,
 - die Wahrscheinlichkeit $P(T < 45 \text{ min})$,
 - und die Spannweite.

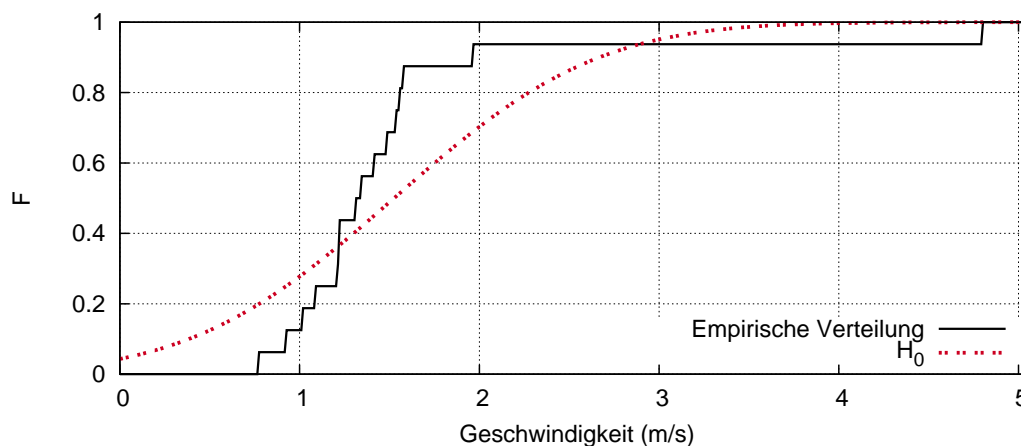
Name:	Vorname:	Matrikel-Nr.:
-------	----------	---------------

Aufgabe 3**(40 Punkte)**

Um die Mindest-Grünzeit von Fußgängerampeln in Abhängigkeit der Straßenbreite festzulegen, werden zunächst die Geschwindigkeiten einer repräsentativen Stichprobe von Fußgängern ermittelt. Es ergaben sich folgende Geschwindigkeiten in Metern pro Sekunde:

1.31 1.34 1.96 0.92 4.80 1.56 1.01 1.58
1.48 1.53 1.09 1.21 0.77 1.22 1.22 1.41

- (a) Geben Sie die effizienten Schätzer $\hat{\mu}$ und $\hat{\sigma}$ für Erwartungswert bzw. Standardabweichung der Geschwindigkeiten an.
- (b) Testen Sie die Verteilung der Geschwindigkeiten X mit dem Kolmogorow-Smirnov-Test auf die Nullhypothese $H_0 : X \sim N(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2)$. Ermitteln Sie dabei die Realisierung der Test-Statistik graphisch unter Verwendung folgender Abbildung:



- (c) In den Daten gibt es einen Ausreißer, der aber nicht auf Messfehlern beruht. Warum kann bzw. sollte man ihn trotzdem für die Ermittlung der Mindest-Freigabezeiten ignorieren?
- (d) Nach Eliminierung des Ausreißers erhält man die effizienten Schätzer $\hat{\mu} = 1.31$ m/s und $\hat{\sigma} = 0.289$ m/s und $H_0: X \sim N(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2)$ kann nicht abgelehnt werden (dies braucht nicht gezeigt zu werden). Ermitteln Sie unter der Bedingung H_0 das 90. und das 99. Perzentil der Geschwindigkeiten.
- (e) Für die Bemessung der Mindest-Grünzeiten der Fußgängerampel an einer Straße der Breite $b = 10$ m wird das 90. bzw. 99. Perzentil der Überquerungszeit $Y = b/X$ zugrundegelegt. Ist Y gaußverteilt, wenn X gaußverteilt ist? Berechnen Sie unter der Bedingung H_0 das 90. bzw. 99. Perzentil von Y .

Name:	Vorname:	Matrikel-Nr.:
-------	----------	---------------

Werte $\Phi(z)$ der Standardnormalverteilung

z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$
0.0	0.5000	1.00	0.8413	2.0	0.9772	3.0	0.9987
0.1	0.5398	1.1	0.8643	2.1	0.9821	3.1	0.9990
0.2	0.5793	1.2	0.8849	2.2	0.9861	3.2	0.9993
0.3	0.6179	1.3	0.9032	2.3	0.9893	3.3	0.9995
0.4	0.6554	1.4	0.9192	2.4	0.9918	3.4	0.9997
0.5	0.6915	1.5	0.9332	2.5	0.9938	3.5	0.9998
0.6	0.7257	1.6	0.9452	2.6	0.9953	3.6	0.9998
0.7	0.7580	1.7	0.9554	2.7	0.9965	3.7	0.9999
0.8	0.7881	1.8	0.9641	2.8	0.9974	3.8	0.9999
0.9	0.8159	1.9	0.9713	2.9	0.9981	3.9	1.0000

Quantile z_α der Standardnormalverteilung

α	z_α	α	z_α	α	z_α	α	z_α
0.995	2.5758	0.945	1.5982	0.880	1.1750	0.680	0.4677
0.990	2.3263	0.940	1.5548	0.860	1.0803	0.660	0.4125
0.985	2.1701	0.935	1.5141	0.840	0.9945	0.640	0.3585
0.980	2.0537	0.930	1.4758	0.820	0.9154	0.620	0.3055
0.975	1.9600	0.925	1.4395	0.800	0.8416	0.600	0.2533
0.970	1.8808	0.920	1.4051	0.780	0.7722	0.580	0.2019
0.965	1.8119	0.915	1.3722	0.760	0.7063	0.560	0.1510
0.960	1.7507	0.910	1.3408	0.740	0.6433	0.540	0.1004
0.955	1.6954	0.905	1.3106	0.720	0.5828	0.520	0.0502
0.950	1.6448	0.900	1.2815	0.700	0.5244	0.500	0.0000